

REGRESI LINIER SEDERHANA

REGRESI, KAUSALITAS DAN KORELASI DALAM EKONOMETRIKA

- Regresi adalah salah satu metode analisis statistik yang digunakan untuk melihat pengaruh antara dua atau lebih variabel
- Kausalitas adalah hubungan sebab-akibat yang bersifat dua arah atau dengan kata lain semua variabel yang digunakan saling mempengaruhi
- Korelasi adalah hubungan seberapa besar “keeratan” antar variabel

Analisis Regresi dan Korelasi

- Analisis regresi digunakan untuk mempelajari dan mengukur hubungan statistik yang terjadi antara dua variabel atau lebih variabel.
- Variabel tersebut adalah variabel X (variabel independent / variabel yang mempengaruhi / variabel yang diketahui), dan variabel Y (variabel dependent / variabel yang dipengaruhi/ variabel yang tidak diketahui)
- Analisis korelasi bertujuan untuk mengukur “seberapa kuat” atau “derajat kedekatan”, suatu relasi yang terjadi antar variabel.

Macam hubungan antara 2 variabel

- Pada dasarnya hubungan antar 2 variabel dapat dibedakan atas:
 1. Hubungan searah/positif
 2. Hubungan bersifat kebalikan/negatif
 3. Tidak ada hubungan

Hubungan searah/positif

- Hubungan yang searah diartikan apabila perubahan variabel X (independent) akan mempengaruhi variabel Y (dependent) yang searah.

Atau jika variabel X bertambah, maka variabel Y bertambah pula, dan sebaliknya.

- Contoh :
 - a. Hubungan antara pengeluaran iklan (X) dan jumlah penjualan (Y)
 - b. Hubungan antara penghasilan (X) dan pengeluaran konsumsi (Y)

Hubungan bersifat kebalikan/negatif

- Dua variabel dikatakan mempunyai hubungan yang bersifat kebalikan atau negatif, apabila perubahan variabel independent (X) akan mempengaruhi variabel dependent (Y) pada arah yang berlawanan.
- Artinya apabila variabel X bertambah, maka variabel Y berkurang atau sebaliknya, jika variabel X berkurang maka variabel Y bertambah.

Hubungan bersifat kebalikan/negatif

Contoh :

- Hubungan antara usia kendaraan (X) dengan tingkat harga (Y).
- Hubungan antara harga barang (X) dengan jumlah yang diminta (Y)

Tidak ada hubungan

- Dua variabel dikatakan tidak punya hubungan apabila perubahan pada variabel independent (X) tidak mempengaruhi perubahan pada variabel dependent (Y).
- Contoh :

Hubungan antara konsumsi pangan (X) dengan tingginya gedung (Y)

Model Regresi Linear Sederhana

The diagram shows the equation $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon$ centered within a light brown rectangular box. Four arrows point from labels to specific parts of the equation: 'Intersep' points to β_0 , 'Slope' points to β_1 , 'Error Acak' points to ε , and 'Peubah Responden (dependent)' points to Y_i . 'Peubah Penjelas (Independen)' is positioned below the box with an arrow pointing towards the X_i term.

Intersep

Slope

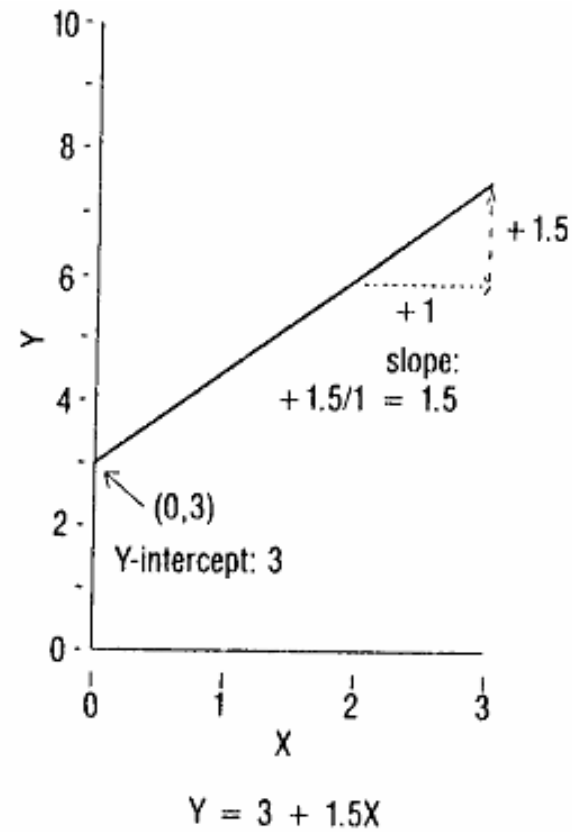
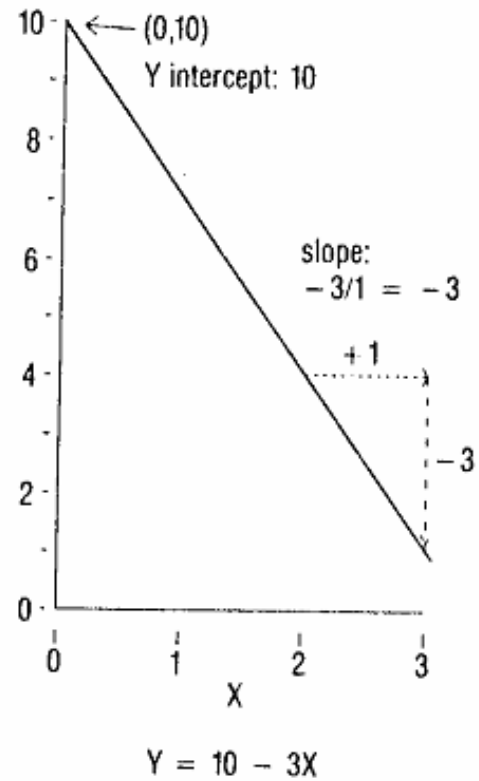
Error Acak

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon$$

Peubah Responden (dependent)

Peubah Penjelas (Independen)

Korelasi



Regresi Linier

- **Persamaan garis regresi linier:**

$$Y_i = \alpha + b_1 X_i + \varepsilon$$

Y_i adalah nilai Y yang diprediksi

α adalah *intercept* dan b_1 adalah *slope*

α adalah posisi dimana garis regresi memotong sumbu y

b_1 mengukur kemiringan garis = koefisien regresi

ε adalah *error* dari model dalam memprediksi rata-rata Y

Contoh Kasus Perhitungan Regresi Linier Sederhana

Seorang manajer pemasaran akan meneliti apakah terdapat pengaruh iklan terhadap penjualan pada perusahaan-perusahaan di Kota Malang, untuk kepentingan penelitian tersebut diambil 5 perusahaan sejenis yang telah melakukan promosi.

Regresi Linier: Data Lay-out

Subjek	X		Y		X.Y
1	X_1	X_1^2	Y_1	Y_1^2	XY_1
.	$X_{\cdot}$	$X_{\cdot}^2$	$Y_{\cdot}$	$Y_{\cdot}^2$	$XY_{\cdot}$
.	$X_{\cdot}$	$X_{\cdot}^2$	$Y_{\cdot}$	$Y_{\cdot}^2$	$XY_{\cdot}$
n	X_n	X_n^2	Y_n	Y_n^2	XY_n
	$(\sum X) = \dots$	$(\sum X^2) \dots$	$(\sum Y) \dots$	$(\sum Y^2) \dots$	$(\sum XY) = \dots$

- **Persamaan garis regresi linier:**

$$\beta = \frac{(\sum XY) - \frac{(\sum X) \cdot (\sum Y)}{n}}{(\sum X^2) - \frac{(\sum X)^2}{n}}$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X}$$

$$\bar{X} = \text{mean_} X = \frac{\sum X}{n}$$

Regresi Linier: Data Lay-out

Subjek	X		Y		X.Y
1	X_1	X_1^2	Y_1	Y_1^2	XY_1
.	$X_{\cdot}$	$X_{\cdot}^2$	$Y_{\cdot}$	$Y_{\cdot}^2$	$XY_{\cdot}$
.	$X_{\cdot}$	$X_{\cdot}^2$	$Y_{\cdot}$	$Y_{\cdot}^2$	$XY_{\cdot}$
n	X_n	X_n^2	Y_n	Y_n^2	XY_n
	$(\sum X) = \dots$	$(\sum X^2) \dots$	$(\sum Y) \dots$	$(\sum Y^2) \dots$	$(\sum XY) = \dots$

- **Persamaan garis regresi linier:**

$$b = \frac{\sum xy * n - \sum x \sum y}{\sum x^2 * n - (\sum x)^2}$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X}$$

$$\bar{X} = \text{mean_} X = \frac{\sum X}{n}$$

Regresi

CONTOH REGRESI:

Subjek	(X) penjualan	(Y) promosi	X.Y
1	20	5	
2	30	6	
3	25	5	
4	35	7	
5	40	8	
	(ΣX) = 150	(ΣY) = 31	(ΣXY) = 970
	(ΣX²) = 22500	(ΣY²) = 961	

$$b = \frac{\sum xy * n - \sum x \sum y}{\sum x^2 * n - (\sum x)^2} = \frac{970 * 5 - 150 * 31}{22500 * 5 - (150)^2} = 0,0022$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X} = 6.2 - 0,0022 (30) = 6,134$$

Regresi Linier

Hasil Regresi Linier

$$\beta = \frac{(\sum XY) - \frac{(\sum X).(\sum Y)}{n}}{(\sum X^2) - \frac{(\sum X)^2}{n}} = \frac{(970) - \frac{(150).(31)}{5}}{(22500) - \frac{(150)^2}{5}} = 0,0022$$

$$\alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X} = 6.2 - 0,0022 (30) = 6,134$$

Jadi dari perhitungan tersebut dapat diperoleh nilai $a = 1,4$ dan $b = 0,16$ sehingga persamaan regresi dapat digambarkan sebagai berikut $\bar{Y} = 1,4 + 0,16 X$

Dengan demikian dapat dinyatakan bahwa banyaknya promosi **berpengaruh** terhadap penjualan, dimana koefisien regresi menunjukan angka/hasil positif sebesar 0,0022

Dapat disimpulkan juga penjualan meningkat sebesar 0,0022 per satu kali promosi dengan estimasi penjualan awal sebesar 6,134

Korelasi

INTERPRETASI KOEF. KORELASI

- Kekuatan hubungan: (Subjektif)
 - $r < 0.4$: Lemah
 - $0.4 < r < 0.8$: Sedang
 - $r > 0.8$: Kuat
- Korelasi tidak selalu berarti hubungan sebab akibat (*causality*)
- Korelasi yang lemah tidak selalu berarti tidak adanya hubungan
- Korelasi yang kuat tidak selalu berarti adanya garis lurus

Korelasi: Data Lay-out dan perhitungan r

Subjek	X	X ²	Y	Y ²	X.Y
1	X ₁	X ₁ ²	Y ₁	Y ₁ ²	XY ₁
.	X _.	X _. ²	Y _.	Y _. ²	XY _.
.	X _.	X _. ²	Y _.	Y _. ²	XY _.
n	X _n	X _n ²	Y _n	Y _n ²	XY _n
	(ΣX) = ...	(ΣX ²) ...	(ΣY)...	(ΣY ²)...	(ΣXY) = ...

$$r = \frac{(\Sigma XY) - \frac{(\Sigma X) \cdot (\Sigma Y)}{n}}{\sqrt{\left[(\Sigma X^2) - \frac{(\Sigma X)^2}{n} \right] \cdot \left[(\Sigma Y^2) - \frac{(\Sigma Y)^2}{n} \right]}}$$

$$r = \frac{\sum xy * n - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[\sum x^2 * n - (\sum x)^2 \right] * \left[\sum y^2 * n - (\sum y)^2 \right]}}$$

Korelasi

CONTOH KORELASI:

Subjek	(X) penjualan	(Y) promosi	X.Y
1	20	5	
2	30	6	
3	25	5	
4	35	7	
5	40	8	
	$(\sum X) = 150$	$(\sum Y) = 31$	$(\sum XY) = 970$
	$(\sum X^2) = 22500$	$(\sum Y^2) = 961$	

$$r = \frac{(\sum XY) - \frac{(\sum X) \cdot (\sum Y)}{n}}{\sqrt{\left[(\sum X^2) - \frac{(\sum X)^2}{n} \right] \left[(\sum Y^2) - \frac{(\sum Y)^2}{n} \right]}} = \frac{(970) - \frac{(150) \cdot (31)}{5}}{\sqrt{\left[(22500) - \frac{(150)^2}{5} \right] \left[961 - \frac{(31)^2}{5} \right]}} = 0,0108$$

Korelasi

CONTOH KORELASI:

Subjek	(X) penjualan	(Y) promosi	X.Y
1	20	5	
2	30	6	
3	25	5	
4	35	7	
5	40	8	
	(ΣX) = 150	(ΣY) = 31	(ΣXY) = 970
	(ΣX^2) = 22500	(ΣY^2) = 961	

$$\frac{(970) - \frac{(150) \cdot (31)}{5}}{\sqrt{\left[(22500) - \frac{(150)^2}{5} \right] \cdot \left[961 - \frac{(31)^2}{5} \right]}} = 0,0108$$

Korelasi

- Koefisien korelasi

$$\frac{(970) - \frac{(150) \cdot (31)}{5}}{\sqrt{\left[(225000) - \frac{(150)^2}{5} \right] \cdot \left[961 - \frac{(31)^2}{5} \right]}} = 0,0108$$

Jadi nilai koefisien korelasi adalah sebesar 0,0108 artinya adalah antara variabel promosi yang diberikan dengan hasil penjualan adalah **lemah**

Koefisien determinasi

- Koefisien determinasi mengukur proporsi varians Y yang dapat diterangkan oleh

$$r^2 = \frac{[n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)]^2}{\sqrt{[n(\sum X^2) - (\sum X)^2]} \sqrt{[n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]}}$$

$$r^2 = \frac{[5(970) - (150)(31)]^2}{\sqrt{[5(4750) - (22500)]} \sqrt{[5(199) - (961)]}}$$

$$r^2 = \frac{(4850 - 4650)^2}{((23750 - 22500)(995 - 961))^2} \quad r^2 = 0,000022145$$

Jadi nilai koefisien determinasi sebesar 0,000022145 artinya adalah besarnya varian dari penjualan 0,022145% diterangkan diluar variabel-variabel tersebut

